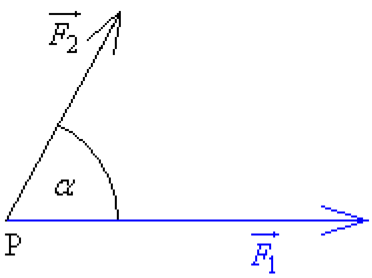
Síly se společným působištěm

Najít výslednici dvou různoběžných sil ležících v rovině, které mají společné působiště, lze několika způsoby:

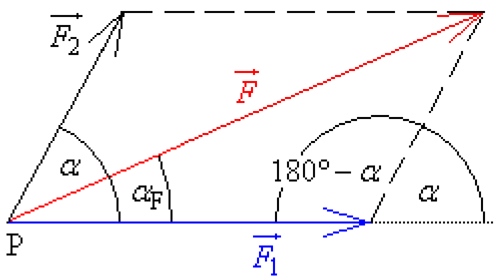
1. grafickým součtem sil a výpočtem pomocí kosinové věty
2. rozkladem sil do dvou navzájem kolmých směrů, následným grafickým součtem vektorů a výpočtem pomocí Pythagorovy věty a goniometrických funkcí v pravoúhlém trojúhelníku

Naznačené postupy vysvětlíme na hledání výslednice $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$, které mají společné působiště v bodě *P* (viz obr. 90).

První způsob řešení je založen na skládání dvou různoběžných vektorů doplněním na rovnoběžník vektorů (což je běžná operace s vektory). Koncovými body zadaných sil vedeme postupně rovnoběžky s oběma silami. V místě průsečíku těchto rovnoběžek leží koncový bod hledané výslednice $\vec{F}$ (viz obr. 91). Velikost této síly určíme pomocí kosinové věty a využitím vlastnosti funkce kosinus: $\cos(180° - \alpha) = -\cos\alpha$. Lze tedy psát: $F = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 - 2F_1F_2\cos(180° - \alpha)} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\alpha}$. Úhel α_F, který svírá výslednice $\vec{F}$ s jednou ze sil (podle obr. 91 tento úhel svírá se silou $\vec{F_1}$), určíme pomocí sinové věty. V našem případě lze tedy psát: $\frac{\sin\alpha_F}{\sin(180° - \alpha)} = \frac{F_2}{F}$. Vzhledem k tomu, že $\sin(180° - \alpha) = \sin\alpha$, lze psát $\sin\alpha_F = \frac{F_2}{F}\sin\alpha$.



Obr. 90



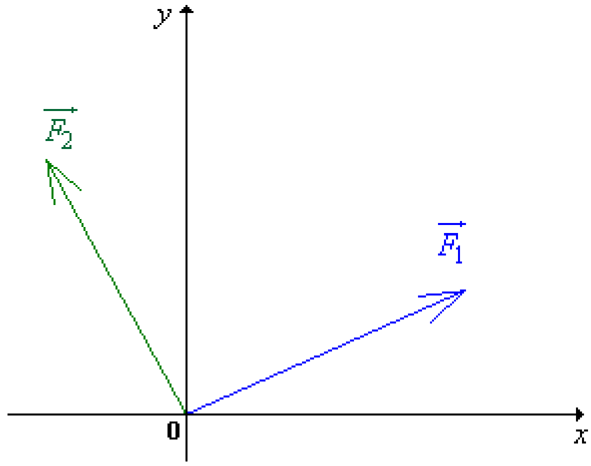
Obr. 91

Naprosto analogicky lze postupovat i pomocí rozkladu zadaných sil na dvě navzájem kolmé složky, které mají směr os kartézského systému souřadnic 0*xy*.

Rozklad na kolmé složky je výhodný pro další počítání - lze pak totiž použít goniometrické funkce sinus, kosinus nebo tangens.

Tuto metodu ukážeme při hledání výslednice $\vec{F}$ sil $\vec{F_1}$ a $\vec{F_2}$ zobrazených na obr. 92 v kartézském systému souřadnic 0*xy*.

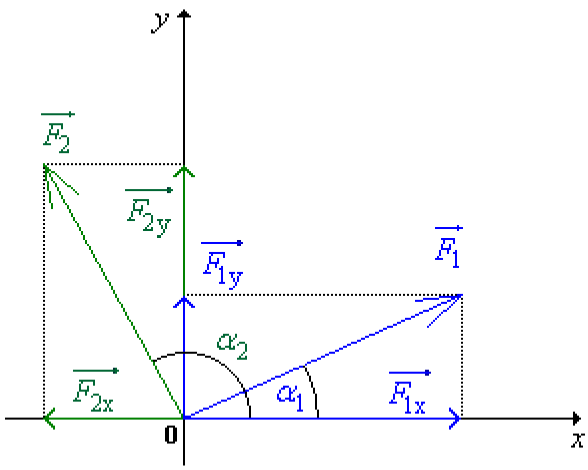
Kdyby síly nebyly zobrazeny v kartézském systému souřadnic, je velmi jednouché tento systém souřadnic k zakresleným silám dokreslit. Orientace systému souřadnic může být přitom naprosto libovolná - proto je vhodné si natočení kartézského systému souřadnic zvolit tak, aby procházel jednou ze zakreslených sil. Zde ale ponecháme zadání z obr. 92.



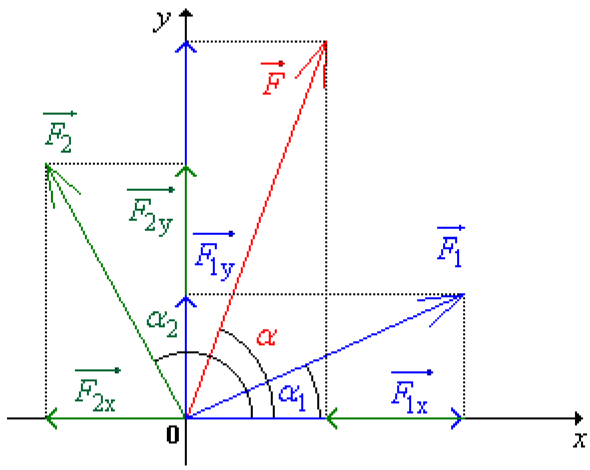
Obr. 92

Nejprve provedeme rozklad sil $\vec{F}_1$ a $\vec{F}_2$ na dvě navzájem kolmé složky. Ty jsou charakterizovány svou velikostí a úhlem, který svírá vektor dané síly s kladnou částí osy *x*. Pro jednotlivé složky sil platí (viz obr. 93): $F_{1x} = F_1 \cos\alpha_1$, $F_{1y} = F_1 \sin\alpha_1$, $F_{2x} = F_2 \cos\alpha_2$ a $F_{2y} = F_2 \sin\alpha_2$. Nyní lze jednoduše určit *x*-ovou a *y*-ovou složku výsledné síly $\vec{F}$ tak, že odpovídající si složky složíme (tj. sečteme, mají-li stejný směr, resp. odečteme, mají-li směr opačný). Jak při skládání těchto složek postupujeme je schématicky zobrazeno na obr. 94). Z koncových bodů obou složek výsledné síly $\vec{F}$ vedeme rovnoběžky s osami kartézského systému. Průsečík těchto pomocných rovnoběžek je koncovým bodem hledané výslednice $\vec{F}$.

Naprosto stejný výsledek bychom dostali, kdybychom síly složili tak, jako v předchozím výkladu.



Obr. 93



Obr. 94

Pro velikost složek výsledné síly $\vec{F}$ platí: $F_x = F_{1x} + F_{2x} = F_1 \cos\alpha_1 + F_2 \cos\alpha_2$ a $F_y = F_{1y} + F_{2y} = F_1 \sin\alpha_1 + F_2 \sin\alpha_2$. Pro velikost hledané síly $\vec{F}$ pak platí: $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$.

Směr síly $\vec{F}$ je dán úhlem α, který svírá vektor této síly s kladnou částí osy *x*. Nejdříve vypočteme úhel α' pomocí vztahu $\mathrm{tg}\,\alpha' = \frac{F_y}{F_x}$. Pro úhel α v závislosti na znaménku složek F_x a F_y platí:

1. je-li $F_x > 0 \wedge F_y \geq 0$, je $\alpha = \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží v prvním kvadrantu kartézského systému 0*xy*);

2. je-li $F_x < 0 \wedge F_y \geq 0$, je $\alpha = 180° - \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží ve druhém kvadrantu kartézského systému 0*xy*);
3. je-li $F_x < 0 \wedge F_y < 0$, je $\alpha = 180° + \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží ve třetím kvadrantu kartézského systému 0*xy*);
4. je-li $F_x > 0 \wedge F_y < 0$, je $\alpha = 360° - \alpha'$ (síla $\vec{F}$ leží ve druhém kvadrantu kartézského systému 0*xy*).

Analogicky se postupuje v případě skládání sil se společným působištěm v prostoru. Zadané síly se zakreslí do kartézské soustavy 0*xyz* a rozloží se na tři navzájem kolmé složky mající směr os *x*, *y* a *z*. Pro velikost výsledné síly pak platí $F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2}$, kde $\vec{F_x}$, $\vec{F_y}$ a $\vec{F_z}$ jsou složky síly $\vec{F}$ do směrů jednotlivých os.

Nyní by mělo být jasné, že složky sil (ať sil skládaných nebo výslednice) mohou být jak kladné, tak záporné (případně nulové):

1. *x*-ová (resp. *y*-ová) složka dané síly je kladná, má-li tato složka směr kladné části osy *x* (resp. *y*)
2. *x*-ová (resp. *y*-ová) složka dané síly je záporná, má-li tato složka směr záporné části osy *x* (resp. *y*)
3. *x*-ová (resp. *y*-ová) složka dané síly je nulová, je-li daná síla kolmá k ose *x* (resp. *y*)

Nulové síly (tj. síly, jejichž velikost je nulová) nebudeme při skládání sil uvažovat!
