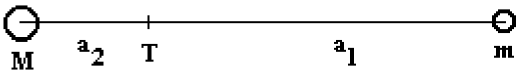
***„Speciality“ Keplerových zákonů

Keplerovy zákony je možné použít nejen pro vyšetřování pohybu planet, ale obecně pro libovolnou soustavu těles, která se pohybují v centrálním gravitačním poli ústředního tělesa, jehož hmotnost je mnohonásobně větší než hmotnosti těles kolem něho obíhajících.

Soustava umělých družic obíhajících kolem Země, soustava měsíců obíhajících kolem Jupitera, dvojhvězda, jejíž jedna složka má výrazně větší hmotnost, …

Třetí Keplerův zákon lze také vyjádřit ve tvaru $\frac{a_1^3}{T_1^2} = \frac{a_2^3}{T_2^2} = konst$, přičemž hodnotu této konstanty lze určit z rovnosti velikosti gravitační a dostředivé síly, kterou působí centrální těleso o hmotnosti *M* na obíhající těleso o hmotnosti *m*: $\frac{\kappa M m}{a^2} = m\omega^2 a$. Po dosazení za úhlovou rychlost dostaneme $\frac{\kappa M m}{a^2} = \frac{4\pi^2 m a}{T^2}$. Odtud vyplývá: $\frac{a^3}{T^2} = \frac{\kappa M}{4\pi^2}$, což je další speciální podoba třetího Keplerova zákona.

V případě, že nebude splněna podmínka zanedbatelné hmotnosti obíhajících těles vůči hmotnosti tělesa centrálního, nelze uvažovat pohyb příslušného tělesa o hmotnosti *m* kolem centrálního tělesa o hmotnosti *M*, ale pohyb obou těchto těles kolem společného těžiště *T*.



Obr. 86

Budeme-li pro jednoduchost předpokládat, že těleso o hmotnosti *m* obíhá kolem společného těžiště ve střední vzdálenosti a_1 a centrální těleso ve střední vzdálenosti a_2, je možné psát pro pohyb tělesa o hmotnosti *m*: $m\frac{4\pi^2}{T^2}a_1 = \kappa\frac{mM}{(a_1+a_2)^2}$ (centrální těleso působí na menší těleso gravitační silou, která je realizována silou dostředivou). Podobně lze pro pohyb centrálního tělesa kolem společného těžiště psát: $M\frac{4\pi^2}{T^2}a_2 = \kappa\frac{mM}{(a_1+a_2)^2}$. Po sečtení obou rovnic (a následné úpravě) dostáváme $\frac{a^3}{T^2} = \frac{\kappa(M+m)}{4\pi^2}$, což je podoba 3. Keplerova zákona v případě, že hmotnost obíhajícího tělesa není zanedbatelně malá vůči hmotnosti centrálního tělesa.

Matematický postup spočívající v sečtení obou rovnic a následné úpravě je ekvivalentní fyzikální skutečnosti: obě tělesa, která se obecně pohybují kolem společného těžiště různě velkými rychlostmi, vykonají jeden oběh za stejnou dobu *T* (za jednu periodu). To vyplývá z toho, že gravitační síla působí na obě tělesa pouze na jejich spojnici.

Pro pohyb dvou planet o hmotnostech m_1 a m_2, jejichž střední vzdálenosti od centrálního tělesa jsou a_1 a a_2, tedy v tom případě platí: $\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}\cdot\frac{M+m_2}{M+m_1}$, kde *M* je hmotnost centrálního tělesa.
