

## ÚLOHA: NABITÉ KULIČKY NA PRUŽINKÁCH

### **Zadání:**

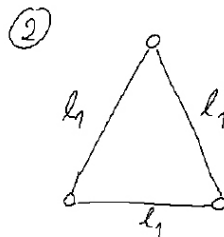
Tři malé kuličky umístěné na dokonale hladkém stole jsou vzájemně spojeny tenkými gumičkami, jejichž klidová délka je  $l$  a tuhost  $k$ , a vytvářejí rovnostranný trojúhelník. Jaký náboj je třeba přivést na každou kuličku, aby se plocha trojúhelníka zdvojnásobila? Děj probíhá v prostředí s relativní permitivitou  $\epsilon_r$ .

Řešení:

$l, k, \epsilon_r$

$Q = ?$

$S_1 = 2S$



obecně na tahu pro  $S$  trojúhelníka:  $S = \frac{l \cdot h}{2}$

$$h = \sqrt{l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2} = l \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = l \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow S = \frac{l \cdot l \sqrt{3}}{2 \cdot 2} = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$S_1 = 2S = \frac{l^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{l_1^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\frac{l^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{l_1^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$l_1^2 = 2l^2$$

$$l_1 = \sqrt{2} l$$

každá opuntička se musí prodloužit o:  $\Delta l = l_1 - l$   
 $\Delta l = (\sqrt{2} - 1)l$

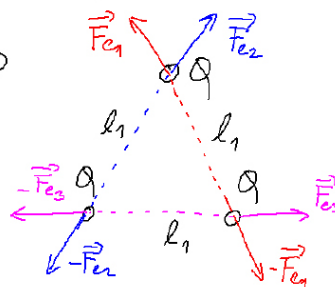
$\Rightarrow$  opuntička je napjatá silou o velikosti:  $F_p = k \cdot \Delta l$   
 $F_p = k l (\sqrt{2} - 1)$

tato síla opisuje elast. síla působící mezi kuličkami

kuličky se musí odpuzovat  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  stejné naboje  $Q$

síly  $\vec{F}_e$  mají stejnou směr jako síly  $\vec{F}_p$



$\Rightarrow F_e = F_p$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q^2}{l_1^2} = k l (\sqrt{2} - 1)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0\epsilon_r} \frac{Q^2}{2l^2} = k l (\sqrt{2} - 1)$$

$$Q^2 = 8\pi\epsilon_0\epsilon_r k l^3 (\sqrt{2} - 1)$$

$$Q = \pm 2l \sqrt{2k\pi\epsilon_0\epsilon_r (\sqrt{2} - 1)}$$

Každá kulička musí mít náboj s hodnotou  $2l\sqrt{2k\pi\epsilon_0\epsilon_r(\sqrt{2}-1)}$  nebo  $-2l\sqrt{2k\pi\epsilon_0\epsilon_r(\sqrt{2}-1)}$ .