© Převzato z **http://fyzika.jreichl.com**

ÚLOHA: RÁZY

Zadání:

Dva kmitavé pohyby jsou popsané rovnicemi $y_1 = 0,05\sin(200\pi t)$ a $y_2 = 0,05\sin(210\pi t)$. Určete amplitudy a frekvence jednotlivých kmitavých pohybů. Nakreslete graf závislosti okamžité výchylky na čase složeného kmitavého pohybu, který vznikne složeným výše popsaných kmitavých pohybů. Graf řádně okalibrujte.

Řešení:

Pro určení amplitudy a frekvence zadaných kmitavých pohybů porovnáme zadané rovnice s obecnou rovnicí pro kmitavý pohyb, která má tvar: $y_1 = y_{\mathrm{m}} \sin(2\pi ft + \varphi_0)$. Porovnáním obou zadaných rovnic získáme: $y_{\mathrm{m1}} = y_{\mathrm{m2}} = 0{,}05\ \mathrm{m}$, $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$ a $f_1 = 100\ \mathrm{Hz}$ a $f_2 = 105\ \mathrm{Hz}$. (Hodnota frekvence vyplývá z faktu, že výraz $200\pi t$ z první rovnice odpovídá výrazu $2\pi ft$ z obecné rovnice harmonického kmitání. Analogicky ve druhé rovnici.)

Výsledné kmitání je popsáno rovnicí:

$$y = y_1 + y_2 = 0{,}05\sin(200\pi t) + 0{,}05\sin(210\pi t) = 0{,}05\left(\sin(200\pi t) + \sin(210\pi t)\right)$$

Abychom mohli sestrojit graf závislosti okamžité výchylky na čase tohoto kmitání a řádně jej okalibrovat, musíme znát frekvenci výsledného kmitavého pohybu. Vzhledem k tomu, že frekvence obou kmitavých pohybů jsou navzájem velmi blízké, jedná se o rázy. Abychom tyto frekvence určili, použijeme součtový vzorec známý z goniometrie: $\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}.\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$.

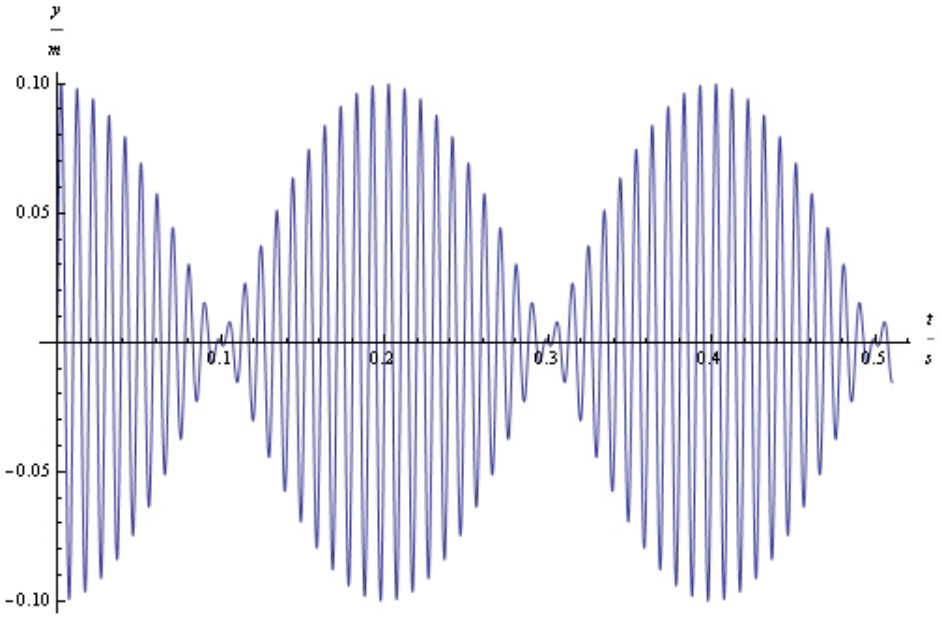
Rovnici výsledného kmitání tedy upravíme podle výše uvedeného vztahu do tvaru:

$$y = 0{,}05\left(\sin(200\pi t) + \sin(210\pi t)\right) = 0{,}05.2.\sin\frac{200\pi t + 210\pi t}{2}.\cos\frac{200\pi t - 210\pi t}{2} =$$

$$= 0{,}1\sin 205\pi t.\cos(-5\pi t) = 0{,}1\sin 205\pi t.\cos 5\pi t$$ (v posledním kroku jsme využili toho, že funkce kosinus je sudá).

Přepíšeme-li si získanou rovnici ve tvaru $y = 0{,}1\cos 5\pi t.\sin 205\pi t$ je zřejmé, že:

výraz $0{,}1\cos 5\pi t$ lze považovat za amplitudu kmitavého pohybu; tato amplituda ale není konstantní - mění se s frekvencí $f_3' = 2{,}5\ \mathrm{Hz}$ resp. periodou $T_3' = 0{,}4\ \mathrm{s}$. Vzhledem k tomu, že pro určení průběhu rázů je důležité opakování maxim, je frekvence rázů dvojnásobná a perioda poloviční ve srovnání s právě určenými hodnotami - tj. $f_3 = 5\ \mathrm{Hz}$ a $T_3 = 0{,}2\ \mathrm{s}$. (Maxim dosahuje kmitající oscilátor prostě častěji - viz obrázek. Graf byl vykreslen na základě složení dvou zadaných harmonických průběhů bez výše uvedených úprav.)

výraz $\sin 205\pi t$ odpovídá samotnému kmitavému pohybu s frekvencí $f_4 = 102{,}5\ \mathrm{Hz} \doteq 100\ \mathrm{Hz}$ resp. periodou $T_4 \doteq 0{,}01\ \mathrm{s}$.

Graf zobrazený na obrázku odpovídá provedeným výpočtům. Jednotlivé „buřtíky“ se opakují pravidelně po 0,2 s a každý „buřtík“ obsahuje $\frac{T_3}{T_4} = \frac{0{,}2}{0{,}01} = 20$ kmitů (což lze ověřit na obrázku). Amplituda tohoto kmitavého pohybu je (ve shodě s odvozenou rovnicí a významem jednotlivých jejích částí) 0,1 m.