

ÚLOHA: ROZDÍL DÉLEK TYČÍ NEZÁVISLÝ NA TEPLITĚ

Zadání:

Rozdíl délek dvou homogenních tyčí z různých materiálů je při kterékoliv teplotě stálý. Určete délku tyčí při teplotě 0°C , znáte-li součinitel teplotní délkové roztažnosti materiálů tyčí α_1 a α_2 . Řešte nejdříve obecně, potom pro tyč měděnou ($\alpha_1 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$) a ocelovou ($\alpha_2 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$), je-li rozdíl jejich délek 10 cm. Předpokládáme, že změna délky každé tyče je lineární funkcí teploty.

Řešení:

$$\alpha_1 = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\alpha_2 = 1,2 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

$$\Delta d = 10 \text{ cm}$$

$$l_1, l_2 = ? \quad \Delta d = \text{konst} \Rightarrow \Delta d \neq f(T)$$

$$l_1' = l_1 (1 + \alpha_1 \Delta T)$$

$$l_2' = l_2 (1 + \alpha_2 \Delta T)$$

$$\begin{aligned} \Delta d &= l_2' - l_1' = l_2 + \underbrace{l_2 \alpha_2 \Delta T}_{\text{red wavy}} - l_1 - \underbrace{l_1 \alpha_1 \Delta T}_{\text{red wavy}} = \\ &= l_2 - l_1 + \Delta T \underbrace{(l_2 \alpha_2 - l_1 \alpha_1)}_0 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta d = l_2 - l_1$$

$$l_2 \alpha_2 - l_1 \alpha_1 = 0$$

$$\rightarrow l_1 = l_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

$$\Delta d = l_2 - l_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

$$\Delta d = l_2 \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{\alpha_1}$$

$$\underline{\underline{l_2}} = \frac{\Delta d \alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2} = \frac{10 \cdot 1,7 \cdot 10^{-5}}{(1,7 - 1,2) \cdot 10^{-5}} \text{ cm} = \underline{\underline{34 \text{ cm}}}$$

$$\underline{\underline{l_1}} = l_2 \frac{\alpha_2}{\alpha_1} = 34 \frac{1,2 \cdot 10^{-5}}{1,7 \cdot 10^{-5}} \text{ cm} = \underline{\underline{24 \text{ cm}}}$$

Délka měděné tyče je 24 cm, délka ocelové tyče je 34 cm.